SYSTEMES DE FONCTIONS ITÉRÉES

COMPRESSION FRACTALE



Evelyne LUTTON

Equipe APIS - INRIA Saclay - Ile-de-France - Evelyne.Lutton@inria.fr http://complex.inria.fr/

IFS : Iterated Function Systems – Système de fonctions itérées

Mot-clé: Attracteur



Base théorique : le théorème du point fixe

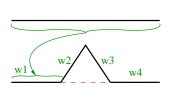
 $w: X \longrightarrow X$ (X, d) un espace métrique complet

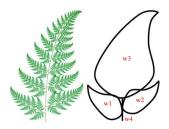
w est Lipschitz ssi $\forall x,y \in X \qquad d(w(x),w(y)) \leq sd(x,y)$

Si 0 < s < 1, w est contractante, il existe un unique point fixe ou attracteur x_0 , tel que $w(x_0) = x_0$

$$\forall x \in X, \quad \lim_{n \to \infty} w^n(x) = x_0$$

Construction itérative : intuition



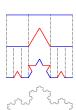


$$A = w_1(A) \bigcup w_2(A) \bigcup w_3(A) \bigcup w_4(A)$$

$$A = \bigcup w_i(A) = W(A)$$

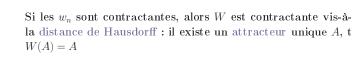
Les w_i "rétrécissent" la forme à chaque itération et A est invariant par W.

Dans l'espace des sous-ensemble du plan





L'opérateur de Hutchinson W : $\forall \ K \subset F, \ \ W(K) = \bigcup_{n \in [0,N]} w_n(K)$



 $d_H(A,B) = \max[\max_{x \in A} (\min_{y \in B} d(x,y)), \max_{y \in B} (\min_{x \in A} d(x,y))]$













Construction itérative à l'aide de la transformati

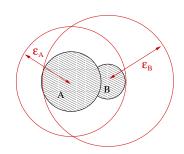
La distance de Hausdorff

$$\begin{array}{lll} d_H(A,B) &=& \max[\max_{x \in A} (\min_{y \in B} d(x,y)), \max_{y \in B} (\min_{x \in A} d(x,y))] \\ d_H(A,B) &=& \max[\max_{x \in A} d(x,B), \max_{y \in B} d(A,y)] \end{array}$$

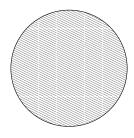
Autre définition :

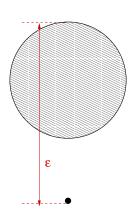
Soit
$$A_{\epsilon} = \{x \ tq \ d(x, A) \le \epsilon\}$$

$$d_H(A,B) = \inf\{\epsilon \ tq \ A \subset B_\epsilon \ et \ B \subset A_\epsilon\}$$



La distance de Hausdorff est parfois contre-intuitive





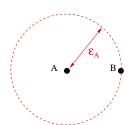
Propriétés de la distance de Hausdorff

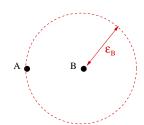
$$-\operatorname{Si} A = B$$

 $-\operatorname{Si} A \text{ et } B \text{ sont des points}$

$$d_H(A, A) = 0$$

$$d_H(A, B) = d(A, B)$$





Facteur de contractance de W vis à vis de la distance de Hausdorff

$$W(A) = \bigcup w_i(A), \quad W(B) = \bigcup w_i(B)$$

Les w_i sont contractantes : $\forall i$, $\forall x, y \quad d(w_i(x), w_i(y)) \leq c_i d(x, y)$

$$d_H(W(A), W(B)) \le Cd_H(A, B)$$
 avec $C = \max\{c_i\}$

Soit
$$\epsilon = d_H(A, B)$$
, alors $A \subset B_{\epsilon}$ et $B \subset A_{\epsilon}$

$$\forall i \qquad w_i(A) \subset w_i(B_\epsilon) \qquad \subset [w_i(B)]_{c_i\epsilon} \qquad \subset [\bigcup w_i(B)]_{c_i\epsilon}$$
$$\Rightarrow W(A) = \bigcup w_i(A) \subset [W(B)]_{C\epsilon}$$

De même, on démontre $W(B) \subset [W(A)]_{C\epsilon}$

$$\mathbf{Comme} \quad d_H(A,B) = \inf\{\epsilon \quad tq \quad A \subset B_\epsilon \quad et \quad B \subset A_\epsilon\} \quad \Rightarrow d_H(W(A),W(B)) \leq Cd_H(A,B)$$

Génération des attracteurs

- Méthode stochastique : toss-coin ou chaos-game

Soit x_1 le point fixe de w_1

On construit la suite de points x_n

$$x_{n+1} = w_i(x_n)$$

 w_i choisi aléatoirement dans $\{1..N\}$ avec probabilité p_i $\bigcup \{x_n\}$ approxime A

-M'ethode~d'eterministe~:

A partir d'un noyau $S_0 = \{x_0\}$ on construit la suite d'ensembles $\{S_n\}$

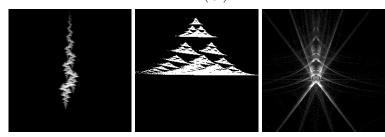
$$S_{n+1} = W(S_n) = \bigcup_n w_n(S_n)$$

Quand $n \longrightarrow \infty$, $S_n \longrightarrow A$ (10 à 20 itérations)

Attracteurs et mesures self-homographiques

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & e \\ c & d & f \\ g & h & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$w_i(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{x'}{t'} \\ \frac{y'}{t'} \end{pmatrix}$$



Exemple: fonctions affines contractantes

$$w_i(x,y) = \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_i \\ f_i \end{pmatrix}$$





Fougère de Barnsley

12

Feuille

Attracteurs self-sinusoidaux

$$w_i(x,y) = \begin{pmatrix} a\cos x + b\sin y + e \\ c\cos x + d\sin y + f \end{pmatrix}$$



Usage de fonctions non-linéaires

$$\begin{split} w_1(x,y) &= \left(\begin{array}{c} \sqrt{|\sin(\cos 0.90856 - \log(1 + |x|))|} \\ \sin y \\ w_2(x,y) &= \left(\begin{array}{c} \cos(\cos(\sqrt{|x|})) \\ \cos(\log(1 + |y|)) \\ \sqrt{|\sin(0.084698|} \\ w_4(x,y) &= \left(\begin{array}{c} \log(1 + |\sin(\sqrt{|0.565372|})|) \\ \sqrt{|0.81366 - ((\log(1 + |0.814259|)) *\cos y|)} \\ \end{array} \right) \\ w_5(x,y) &= \left(\begin{array}{c} \log(1 + |\sqrt{|0.565372|})| \\ \log(1 + |\sqrt{|0.747399 + \cos y|}) \\ \sin \frac{\cos(2x + |y|)}{\cos(2x + |y|)} \cos \frac{\cos(2x + |y|)}{\cos(2x + |y|)} \end{array} \right) \end{split}$$

Dimension de Hausdorff

$$\text{mesure } S\text{-dimensionnelle}: \quad H^s(A) = \sum_{i=1}^N H^s(w_i(A)) = \sum_{i=1}^N \lambda^s H^s(A)$$

Soit $s = D^{\dim_H(A)}$ (la dimension est supposée finie) :

$$N\lambda^{s} = 1 \implies logN + s \ log\lambda = 1$$

$$s = -\frac{logN}{log\lambda}$$

Dimension fractale des attracteurs

$$A = \bigcup_{i=1}^{N} w_i(A)$$

Si les w_i sont des bijections telles que $\forall i, j, i \neq j \ w_i(A) \cap w_i(A) = \emptyset$ (attracteur totalement disconnecté), ayant le même coefficient le contraction λ .

Alors la dimension de boîtes et la dimension de Hausdorff sont :

$$D_H = D_B = -\frac{logN}{log\lambda}$$

Dimension de boîtes

$$dim_B(F) = -\lim_{\delta \to 0} \frac{log N_{\delta}(F)}{log \delta}$$

Soit d le diamètre de la plus petite boule B_0 qui recouvre F, on construit la su recouvrements suivants :

- \bullet $F \subset B0$
- $F = \bigcup w_i(F) \subset \bigcup w_i(B0)$
 - \rightarrow $N_1(F)=N$ (nombre de fonctions) et $\delta_1=\lambda d$ (facteurs de contractance homo
 - $\begin{array}{l} \bullet \ F = \bigcup \bigcup \ldots \bigcup w_{i_1}(w_{i_2}(\ldots w_{i_k}(F))) \subset \bigcup \bigcup \ldots \bigcup w_{i_1}(w_{i_2}(\ldots w_{i_k}(B_0))) \\ \to \qquad N_k(F) = N^k \ \ \text{et} \ \ \delta_k = \lambda^k d \end{array}$

$$dim_B(F) = -\lim_{k \to \infty} \frac{k log N}{k loq \lambda + loq d} = -\frac{log N}{loq \lambda}$$

Mesures invariantes

On associe une probabilité p_i à chaque $w_i, \qquad \sum_{i=1}^N p_i = 1$

On définit la suite de mesures ν_n suivante :

$$\forall B \qquad \nu_{n+1}(B) = \sum_{i=1}^{N} p_i \nu_n(w_i^{-1}(B))$$

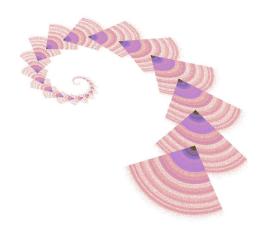
$$\forall \nu_0 \qquad \nu_n \to \mu$$

 μ est la mesure invariante telle que :

$$\mu(B) = \sum_{i=1}^{N} p_i \mu(w_i^{-1}(B))$$

Le support de la mesure invariante est l'attracteur des $w_i : supp(\mu) = A$.

Exemple



Images en niveaux de gris

La mesure invariante des (w_i, p_i) est représentée par une image en niveaux de gris telle que pour tout pixel (i, j):

$$A(i,j) = \sum_{k=1}^{N} p_k A(w_k^{-1}(i,j))$$

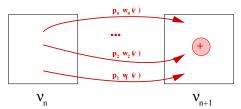
-A(i,j) est nulle à l'extérieur de l'attracteur des w_i ,

-A(i,j) "colore" l'intérieur de l'attracteur des w_i .

Algorithmes de génération de mesures invariantes

Même principe que pour les attracteurs.

Méthode globale : on farique la suite de mesures ν_n (=images) qui tend vers μ .



Toss coin avec probabilités

- $-w_i$ est tirée avec la probabilité p_i .
- on compte le nombre de fois où l'orbite x_n passe par chaque point de l'image

 \rightarrow coloration de A.

Applications à la synthèse de textures

Si les probabilités dépendent de la position dans l'espace $p_i(x)$, on peut générer une grande variété de textures.

Exemple avec l'IFS remplissant le carré :

$$w_1(x,y) = (0,5x+0,5,0,5y+0,5)$$

$$w_2(x,y) = (0,5x+0,5,0,5y-0,5)$$

$$w_3(x,y) = (0,5x-0,5,0,5y+0,5)$$

$$w_4(x,y) = (0,5x-0,5,0,5y-0,5)$$



Probabilités polynômiales en x et y



Probabilité proportionnelle à la distance au centre de l'image.

Théorème du collage

Soit A l'attracteur de l'IFS W:

$$\forall K \subset X, \qquad d_H(K,W(K)) < \varepsilon \qquad \Rightarrow \ d_H(K,A) < \frac{\varepsilon}{1-c}$$

 $c = \max\{c_i\}$ étant le plus grand des facteurs de contractance c_i des w_i .

 $\text{Supposons} \ d_H(K,W(K)) \leq \epsilon \qquad \qquad \text{alors} \ d_H(W(K),W^2(K)) \leq c d_H(K,W(K)) \leq c \epsilon$

$$\begin{array}{ll} d_H(K,A) & \leq \ d_H(K,W(K)) + d_H(W(K),W^2(K)) + \ldots + d_H(W^m(K),A) \\ & \leq \ \epsilon + c\epsilon + \ldots + c^{m-1}\epsilon + d_H(W^m(K),A) \\ & \leq \ (1 + c + c^2 + \ldots + c^{m-1})\epsilon + d_H(W^m(K),A) \\ & \leq \ \frac{1 - c^m}{1 - c}\epsilon + d_H(W^m(K),A) \end{array}$$

 $\text{Pour } m \to \infty \qquad d_H(W^m(K),A) \to 0 \qquad \Rightarrow \qquad d_H(K,A) < \frac{\varepsilon}{1-c}$

Problème inverse pour les IFS

Pour une forme donnée, trouver l'ensemble de fonctions contractantes dont l'a teur approxime au mieux cette forme, au sens d'une mesure d'erreur prédéfin

- ⊕ Encodage de formes à l'aide de très peu de paramètres.
- 🖰 🕀 Décodage à n'importe quelle échelle.
 - ⊖ Problème extrêmement complexe.

Le problème inverse pour les IFS : méthodes de résolution

• Espace de recherche

- fonctions affines en nombre fixé
- fonctions affines en nombre variable
- fonctions non-affines en nombre variable

Straté

déterministe, recuit simu algorithmes évolutionnair

• Fonction à optimiser

- fondée sur le théorème du collage,
- fondée sur le calcul direct de l'attracteur (toss-coin),
- contraintes : les w_i doivent être contractantes,
- contraintes additionnelle pour réduire les calculs : les points fixes des w_i doive partenir à la cible.

Les points fixes de w_i

Ils appartiennent forcément à l'attracteur des $\{w_i\}$.

$$A = \bigcup w_i(A) \quad \Leftrightarrow \quad \forall y \in A \ \exists i \ \text{et} \ x \in A \ \text{tq} \ y = w_i(x)$$

En particulier pour les x_i , tels que $x_i = w_i(x_i)$.





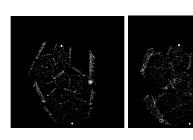
Il a été montré (M. Dekking) que sous certaines hypothèses sur les fonctions, les points fixes sont placés sur la frontière de A.

Applications

- Compression de signaux et d'images.
- Synthèse d'images, morphing de formes.
- Représentation fonctionnelle de signaux de parole.
- Génération de signaux à régularité prescrite (interpolation fractale par des IFS généralisés).
- Watermarking.
- Optimisation de formes mécaniques représentées par des IFS.

Déplacement des points fixes

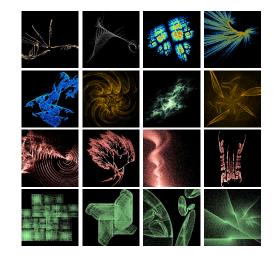






Une légère modification sur les fonctions donne des attracteurs de formes "voisine

Applications en synthèse d'images



Les IFS non-affines sont grap ment plus intéressants.

Mais l'espace des "beaux" IFS linéaires est très dispersé.

 \Longrightarrow Design graphique fondé sur

représentation de W par arb + évolution intera

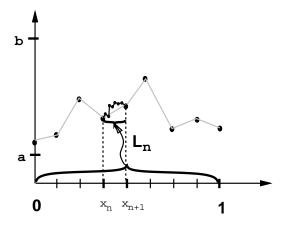
Morphing d'IFS



A partir de deux attracteurs $\{v_i\}$ et $\{w_i\}$ on crée la suite d'attracteurs :

$$\alpha \in [0,1]$$
 $\{\alpha v_i + (1-\alpha)w_i\}$

Interpolation fractale



- On "comprime" suivant x avec L_n .
- On "recopie" les échantillons dans le $n^{\text{ième}}$ intervalle de façon à conserver la continuité en x_n et x_{n+1} .

INTERPOLATION FRACTALE

A partir d'un ensemble de points caractéristiques : $\{(x_i,y_i)\in[0,1]\times[a,b],i=0,1,\ldots,N\}$ on définit N contractions w_i sur $[0,1]\times[a,b]$ $(-\infty< a< b<+\infty)$

$$w_i(x,y) = (L_i(x), F_i(x,y))$$

o L_i est la contraction qui envoie [0,1] sur $[x_{i-1},x_i]$

 $\circ F_i: [0,1] \times [a,b] \to [a,b]$ est une contraction selon y telle que :

$$F_i(x_0, y_0) = y_{i-1}$$
 et $F_i(x_N, y_N) = y_i$

L'attracteur de cet IFS est une fonction fractale continue qui *interpole* les (x_i, y_i)

Interpolation fractale affine

Pratiquement, on considère les w_n sous la forme :

$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ b_n & c_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix}$$

$$avec \quad |c_n| < 1$$

 $v\'{e}rifiant$

$$w_n \left(\begin{array}{c} x_0 \\ y_0 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{array} \right) \quad \text{ et } \quad w_n \left(\begin{array}{c} x_N \\ y_N \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} x_n \\ y_n \end{array} \right)$$

 $\Rightarrow a_n$ et u_n sont définis uniquement par :

$$a_n = \frac{x_{n-1} - x_n}{x_0 - x_n}$$
$$u_n = x_{n-1} - a_n x_0$$

 $\Rightarrow b_n$ et v_n dépendent de c_n

On peut donc générer un ensemble de fonctions interpolant les (x_n, y_n) . Les c_n sont des paramètres qui permettent d'ajuster la dimension fractale de la fointerpolante.

Dimension de boîte de la fonction interpolante

Si les points sont équidistants : $x_n = \frac{n}{N}$ $n \in [0, N]$

alors
$$a_n = \frac{1}{N}$$
 et $u_n = \frac{n-1}{N}$

Les w_n s'écrivent :

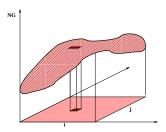
$$w_n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N} & 0 \\ b_n & c_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{n-1}{N} \\ v_n \end{pmatrix}$$

La dimension de boîte de la courbe interpolante est :

$$dim_B(F) = 1 + \frac{log(c_1 + \dots + c_N)}{logN}$$

Compression fractale d'images = problème inverse pour les IFS en 3D!!

Principe : résoude un problème inverse pour une image en niveaux de gris.



L'ensemble à approximer est dans \mathbb{R}^3 .

- Même principe que pour l'interpolation fractale : on veut fabriquer une nappe et non un esemble 3D quelconque.
- Hypothèses restrictives pour simplifier le problème inverse.

COMPRESSION D'IMAGES

Compression IFS: principe

Codage : résolution du problème inverse simplifié.

Code: paramètres de définition des fonctions des IFS.

 ${\color{red} \textbf{D\'ecodage}: calcul de l'attracteur par it\'erations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par it\'erations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à partir de n'importe quelle image de de l'attracteur par itérations à l'attracteur par itérations de l'attracteur par itération de l'attracteur par$

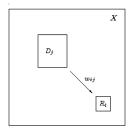
 $\forall K \qquad A = \lim_{n \to \infty} W^n(K)$

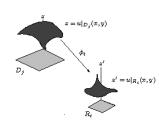
Compression d'images à l'aide de PIFS

On cherche un IFS 3D simplifé : z = niveaux de gris.

 $-w_i(x,y,z)=(v_i(x,y),t_i(z)),$ avec v_i et t_i des fonctions affines.

– La part géometrique, v_i , est localisée (PIFS) : $v_i : D_i \to R_i$, les "ranges" R_i et les "domains" D_i sont carrés en général.





Résolution du problème inverse pour les PIFS

Pour chaque couple (D_i, R_i) on peut calculer les paramètres de la transformation affine :

- par calcul géométrique pour v_i (cad $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i$),
- par minimisation de l'erreur aux moindres carrés pour la transformation sur les niveaux de gris :

$$(s_i,o_i) = argmin\{\sum_{(x,y) \in D_j} (sI(x,y) + o - I[wj(x,y)])^2\}$$

Il reste a trouver les couples (D_i,R_i) tels que les $\{R_i\}$ forment une partition de l'image.

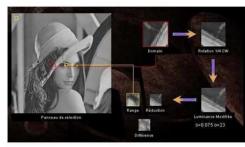
C'est une optimisation combinatoire, on minimise :

$$Err(D_i, R_i) = \sum_{(x,y) \in D_j} (s_i I(x, y) + o_i - I[wj(x, y)])^2$$

PIFS = IFS partitionnés

$$w_i \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i & b_i & 0 \\ c_i & d_i & 0 \\ 0 & 0 & s_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_i \\ f_i \\ o_i \end{pmatrix}$$

 w_i restreint à $D_i \subset I$ $w_i(D_i) = R_i$



Pour avoir une image à chaque itération de l'opérateur de Hutchinson W, on doit av

$$\int R_i = I$$
 et $\forall i \neq j$, $R_i \cap R_j = \emptyset$

Stratégies de partitionnements

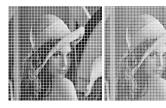
${\bf Partition nement\ uniforme\ r\'egulier\ :}$

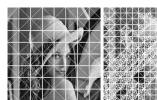
les R_i sont 4 fois plus petits que les d_i .

Partitonnement HV:

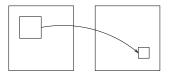
les R_i et les D_i sont des rectangles

Partitionnement en triangles (Delaunay)





Principe des partitionnements de type quadtree

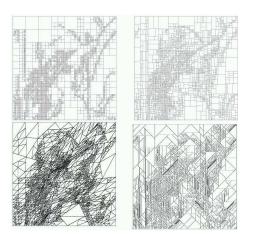


- Pour chaque R_i , on cherche un domaine D_i plus grand, et un t_i qui transforme correctement les niveaux de gris de D_i en ceux de R_i (erreur aux moindres carrés).
- S'il n'existe pas de D_i remplissant les conditions, R_i est divisé en blocs plus petits, et la recherche se poursuit.

Améliorations

- Pré-classification des blocs : suivant le type de R_i (contour régulier, contour irrégulier, texture, uniforme), on recherche des blocs D_i de même type.
- Utilisation de transformations en niveaux de gris non linéaires : le calcul local se complique.
- Combinaison linéaire des informations provenant de plusieurs blocs.
- Hybridation avec une DCT ou une transformée en ondelettes.

Partitionnements en quadtree



Quadtree

Triangulaire

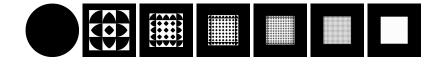
Rectangulaire H

Polygonal

La décompression est extrêmement rapide

Applications successives de la tranformation W à partir de n'importe quelle image





Décompression

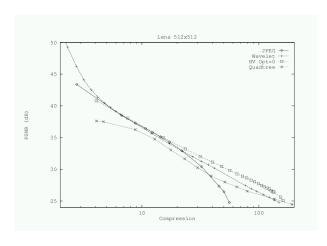


Méthode de Jacquin (partition carrée)



Partition en triangles

Comparaisons SNR avec d'autres méthodes de compression



A Comparison of Fractal Methods with DCT and Wavelets, Fisher et al, SPIE 2304, 1994.

Le fichier comprimé

Le fichier comprimé est un codage de l'IFS, il contient :

- la partition R_i ,
- les D_i correspondants (indéxés),
- les paramètres t_i (deux valeurs réelles).

En outre des pre- (filtrages) et post-traitements (compression de fichier) permette réduire la taille des fichiers comprimés.

Comparaisons visuelle, taux de compression $\simeq 58$







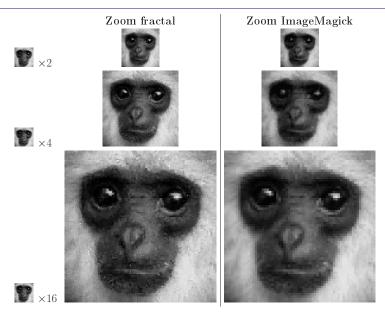


512x512.8og hinge Companion = 543:1.0147hpp) PSSR = 23.7d8



512x51236ost briago Cinquescios = 550.1 (0.) 35 bpp PSSR = 26.448

Zoom fractal



Watermarking - principe

<u>But</u> : identifier le propriétaire de données numériques.

Pour les images, la marque doit être :

- non localisée (caractère holographique),
- indécelable visuellement,
- robuste :
- à la compression/décompression,
- à la transmission,
- aux distorsions géométriques (intentionnelles ou non),
- aux bruits et filtrages,
- $-\,\mathrm{aux}$ attaques frauduleuses.

WATERMARKING

Vocabulaire

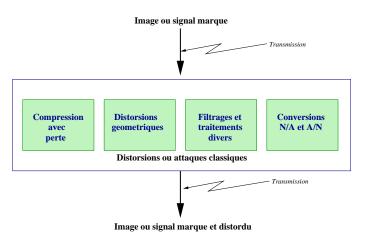
<u>Watermarking</u>: le fait d'attacher une marque aux donnés, correspondant à l'ident propriétaire des droits d'auteurs.

Authtentification ou signature digitale : faire la preuve que le message reçu parvien d'un certain expéditeur (fonctions de hachage).

 $\frac{\textbf{Fingerprinting}:}{\textbf{d\'ecod\'ees (suivi}} \frac{\textbf{le fait de laisser une empreinte à chaque fois que les donn\'ees sont le décod\'ees (suivi}{\textbf{d'images, d\'etection de piratage}}.$

<u>Stéganographie</u>: l'art de cacher des messages (en général le message porteur est cor en fonction du message caché).

Schéma des données marquées



Deux grandes familles de méthodes

- Les méthodes spatiales : tags, patchworks.
 - → Faiblesses vis-à-vis des transformations géométriques et aux filtrages
- Les méthodes fréquencielles : la marque est insérée sur la tranformée (Fourier, Ondelettes, DCT).
 - \rightarrow Une meilleure robustesse

 $\begin{array}{c|c} Image \\ X(i,j) \end{array} \hspace{0.5cm} \begin{array}{c} Transformee \\ en \\ frequence \end{array} \hspace{0.5cm} \begin{array}{c} Insertion \\ de \ la \\ marque \end{array} \hspace{0.5cm} \begin{array}{c} Transformee \\ inverse \end{array} \hspace{0.5cm} \begin{array}{c} Image \ marquee \\ X'(i,j) \end{array}$

Evaluation des techniques de watermarking

bruit - distorsions

• Robustesse compression/décompression

transformations géométriques

• Indécelabilité à l'oeuil

par traitement numérique

marque non localisée

• aspect holographique utilisation d'une partie seulement de l'image

• Authentification certitude de présence ou d'absence de marque.

marquages multiples,

• Résistance aux fraudes maques ambigües,

destruction de la marque,

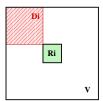
collisions (avec plusieurs images marquées différemme

Watermarking à base de compression fractale

${\bf Algorithme\ de\ marquage:}$

- L'image est divisée en blocs de taille fixée, R_i de taille $n \times n$.
- Les D_i sont de taille $2n \times 2n$.
- Le codage fractal classique assiocie à chaque R_i le D_i qui minimise $Err(R_i, D_i)$.
- Pour chaque R_i la recherche du D_i est restreinte à un voisinage donné :

56



Inclusion de la marque

Soit $S = \{s_0,s_{31}\}$ une marque de 32 bits, incluse avec une redondance U.

Pour chaque bit s_k de la marque, on choisit aléatoirement U blocs R_i , le choix se fait par une méthode connue seulement par l'utilisateur (clé secrète).

Le voisinage local V est divisé en deux sous domaines V_0 et V_1 , tels que $V_0 \cup V_1 = V$.

- \bullet si $s_k=0$ D_j est recherché dans $V_0,$
- si $s_k = 1$ D_j est recherché dans V_1 , pour les autres blocs, D_j est recherché dans V.

L'image marquée est alors l'attracteur de cet IFS. → Elle diffère de l'image originale.

Robustesse

Tests avec des blocs de taille n=4 et redondance U=50 ou n=8 et U=25.

Signature de 32 bits sur Lena 256×256 .

→ Robustesse à une compression/décompression JPEG (erreur jusqu'à 50%) + filtrage passe-bas (blurring 3×3): les 32 bits de la marque sont correctement retrouvés (résultats un peu meilleurs pour n = 8).

Mais la méthode ne résiste pas à des transformations géométriques (perte des blocs).

Amélioration en employant un partitionnement triangulaire ancré sur des points d'intérêt.

Authentification

- \bullet On accède aux R_i donnés par l'utilisateur.
- Suivant la région dans laquelle on trouve l'antécédent des R_i, on peut reconstit signature S.
- s_k est estimé à 0 ou 1 en fonction du nombre de blocs redondants identiques (utilisation d'un seuil).