

HEURISTIQUES D'OPTIMISATION

Evelyne LUTTON - INRA AgroParisTech - Grignon

[http ://evelyne-lutton.fr/](http://evelyne-lutton.fr/)



D'après *Patrick Siarry*, LiSSi, Univ. de Paris-Est Créteil

MÉTA-HEURISTIQUES

Du grec :

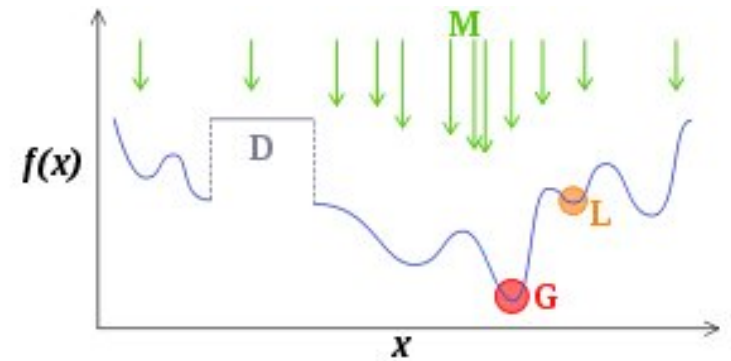
- **méta** : “au-delà,” “à un plus haut niveau”,
- **heuriskein** : “trouver”

Wikipedia :

Une métaheuristique est un algorithme d'optimisation visant à résoudre des problèmes d'optimisation difficile (souvent issus des domaines de la recherche opérationnelle, de l'ingénierie ou de l'intelligence artificielle) pour lesquels on ne connaît pas de méthode classique plus efficace

Souvent :

- fondées sur un échantillonnage probabiliste,
- inspirées par des systèmes naturels.



La grande famille des méthodes approchées

Méthodes par construction

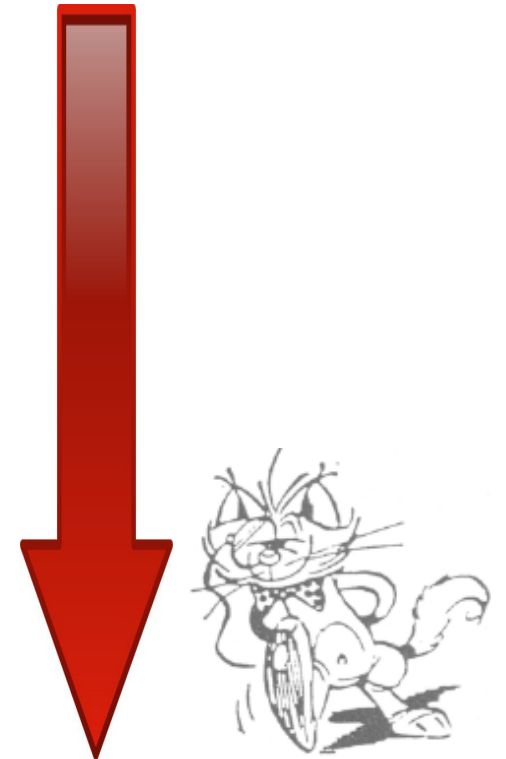
Méthodes par décomposition

Méthodes de voisinage (une solution courante) :

- heuristiques classiques
- métaheuristiques de voisinage : recuit simulé, recherche tabou.

Méthodes à base de population :

- algorithmes évolutionnaires,
- estimations de distributions,
- colonies de fourmis,
- essaims particuliers.



Méthodes par construction

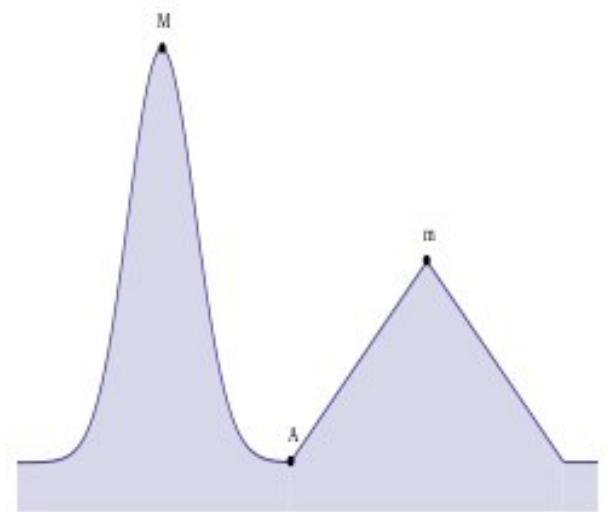
Un **algorithme glouton** construit sa solution pas à pas

- sans revenir sur ses décisions,
- en effectuant à chaque étape le choix qui semble le meilleur.



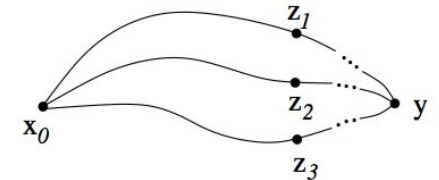
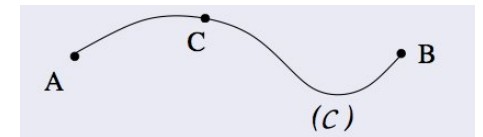
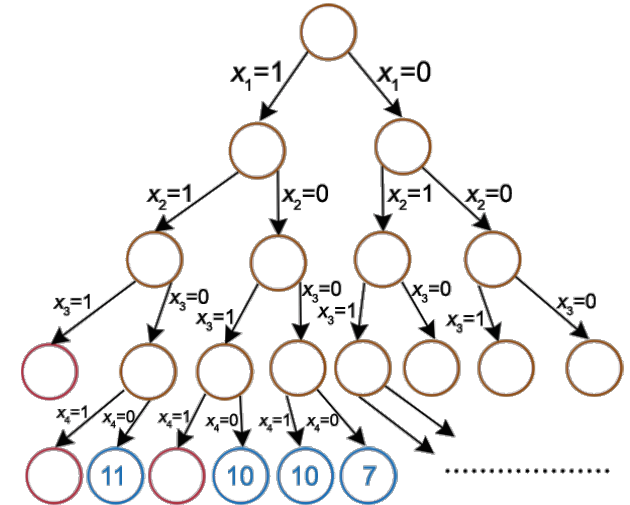
Hypothèse : des choix locaux optimaux, étape après étape, produisent un résultat global optimal.

Avantage : faible complexité, algorithmes rapides.



Méthodes par décomposition

- *de l'ensemble des solutions du problème :*
procédure par séparation et évaluation (branch and bound)
 - méthode arborescente (arbre de décision, algorithme A*),
 - trouve une solution optimale, si on lui en laisse le temps.
- *de l'ensemble des décisions à prendre :*
programmation dynamique,
 - démonstration d'optimalité sur la récurrence des calculs,
Principe d'optimalité de Bellman : un chemin optimal est formé de sous-chemins optimaux.
 - selon les problèmes, complexité polynomiale ou exponentielle.

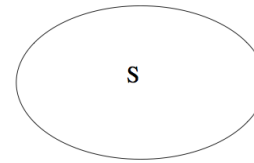


Branch-and-Bound : principe

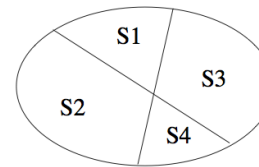
- Méthode adaptée aux problèmes combinatoires (espace de recherche discret).
- Division de l'espace pour organiser la recherche sous forme arborescente.
- Propriétés mathématiques permettant de décider si une branche peut ou non contenir la solution optimale.

Jeu d'échec : arrêt si l'on sait qu'une position amène forcément à l'échec.

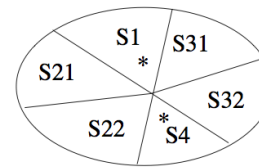
Problème du sac à dos : arrêt si l'on dépasse le poids limite.



(a)

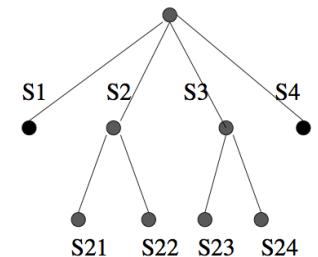
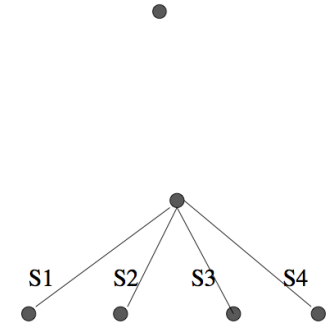


(b)



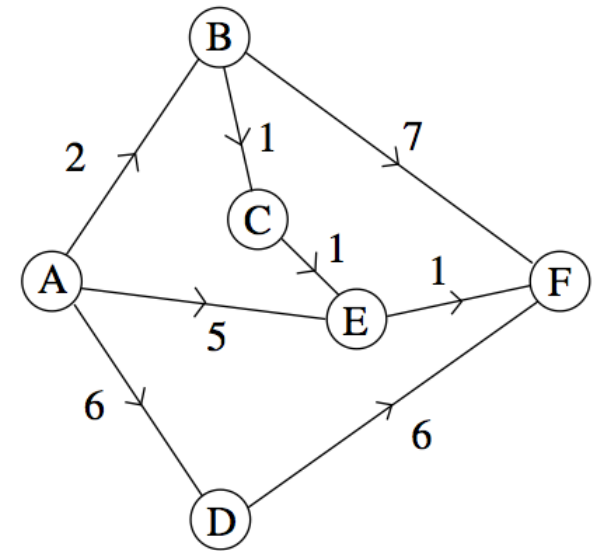
* = does not contain optimal solution

(c)



Programmation dynamique : principe

Pour trouver la longueur minimale de A à F, il faut calculer les longueurs minimales de A à tous les sommets du graphe.



$F_k(X)$ est la longueur minimale de A à X à l'étape k

$P_k(X)$ est l'ensemble des prédécesseurs de X qui réalisent le minimum.

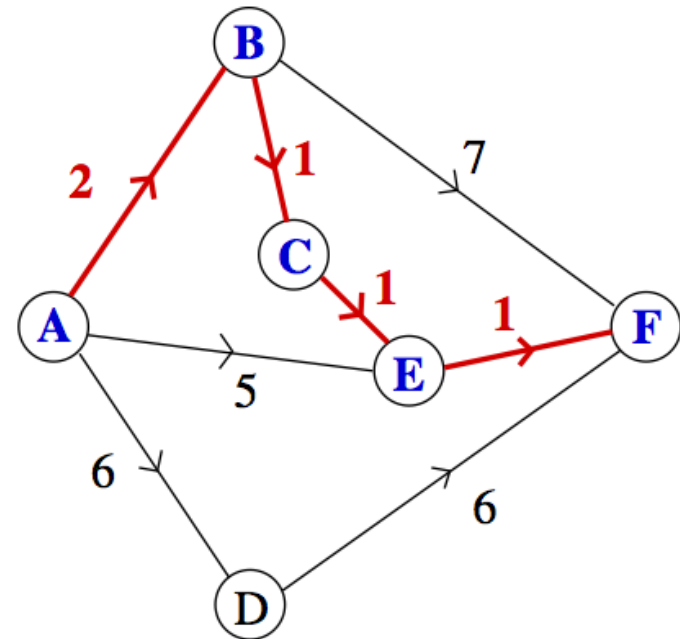
$$P_k(X) = \{Z \in P(X), \quad \text{tel que} \quad F_k(X) = F_{k-1}(Z) + L(Z, X)\}$$



Programmation dynamique : principe

	A	B	C	D	E	F
F_0	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
F_1	0	2	$+\infty$	6	5	$+\infty$
F_2	0	2	3	6	5	6
F_3	0	2	3	6	4	6
F_4	0	2	3	6	4	5

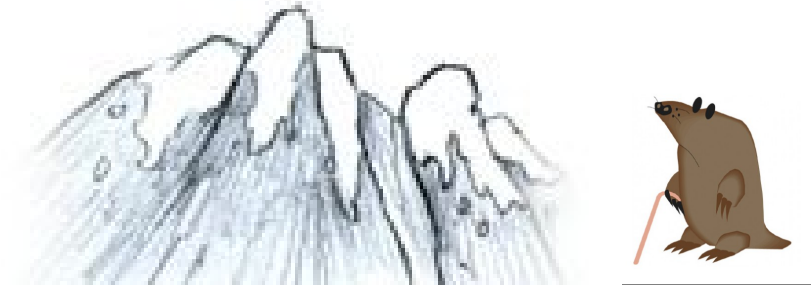
- $F_1(B) = \mathbf{2}$; $P_1(B) = \{A\}$;
 $F_1(D) = \mathbf{6}$; $P_1(D) = \{A\}$;
 $F_1(E) = \mathbf{5}$; $P_1(E) = \{A\}$;
- $F_2(C) = F_1(B) + 1 = \mathbf{3}$; $P_2(C) = \{B\}$;
 $F_2(F) = \min(F_1(F), F_1(B) + 7, F_1(D) + 6, F_1(E) + 1)$
 $= \min(+\infty, 9, 12, \mathbf{6}) = \mathbf{6}$; $P_2(F) = \{E\}$;
- $F_3(E) = \min(F_2(E), F_2(A) + 5, F_2(C) + 1)$
 $= \min(5, 5, \mathbf{4}) = \mathbf{4}$; $P_3(E) = \{C\}$;
- $F_4(F) = \min(F_3(F), F_3(B) + 7, F_3(D) + 6, F_3(E) + 1)$
 $= \min(6, 9, 12, \mathbf{5}) = \mathbf{5}$; $P_4(F) = \{E\}$;



Méthodes de voisinage (une solution courante)

- Recherche aléatoire pure.
- Descente de gradient.
- Recuit simulé.
- Recherche tabou.

L'aveugle sur la montagne :



Initialisation :

il est parachuté.

Evaluation :

il possède un altimètre en braille.

Voisinage :

il ne perçoit que ce qui se trouve dans le rayon de sa canne blanche.

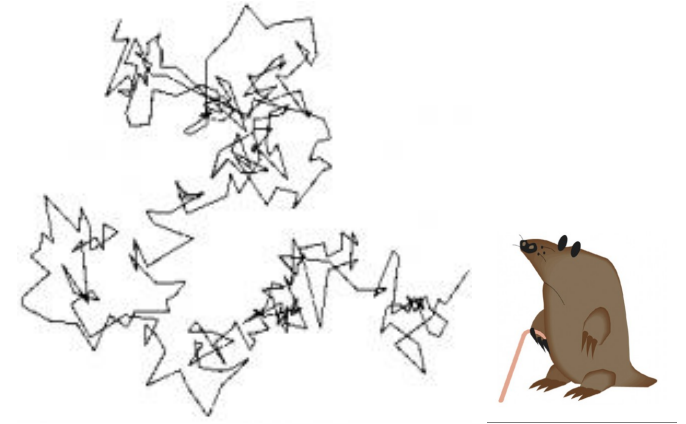


Heuristiques classiques

La recherche aléatoire pure :

L'aveugle se déplace au hasard
et se rappelle de la position du plus bas point rencontré.

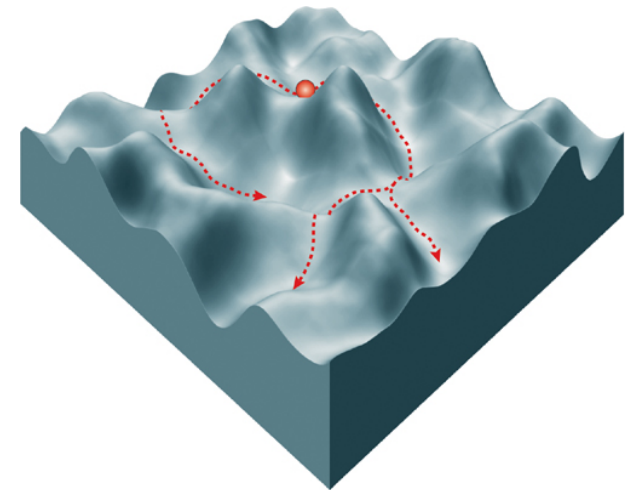
⇒ Il trouvera la vallée, mais c'est long !



La descente de gradient :

L'aveugle va dans la direction de plus grande pente
de son voisinage.

⇒ Il s'arrête sur le premier optimum local rencontré.



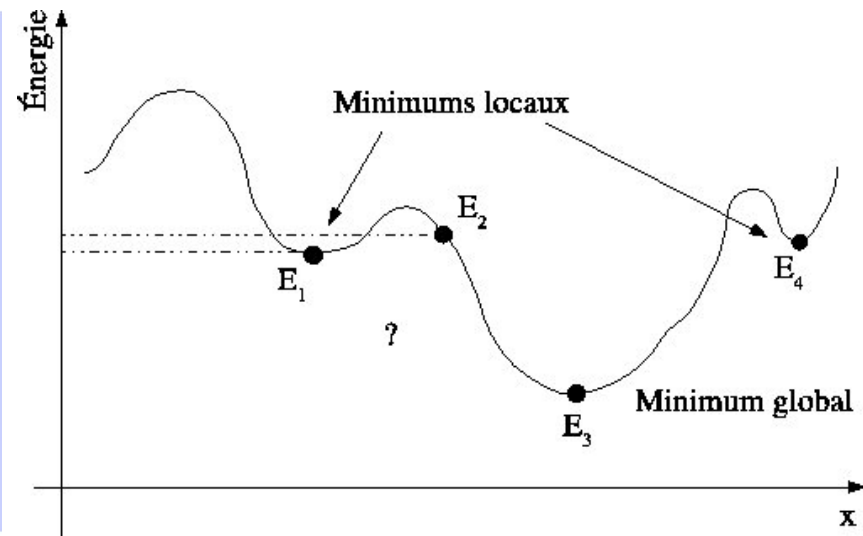
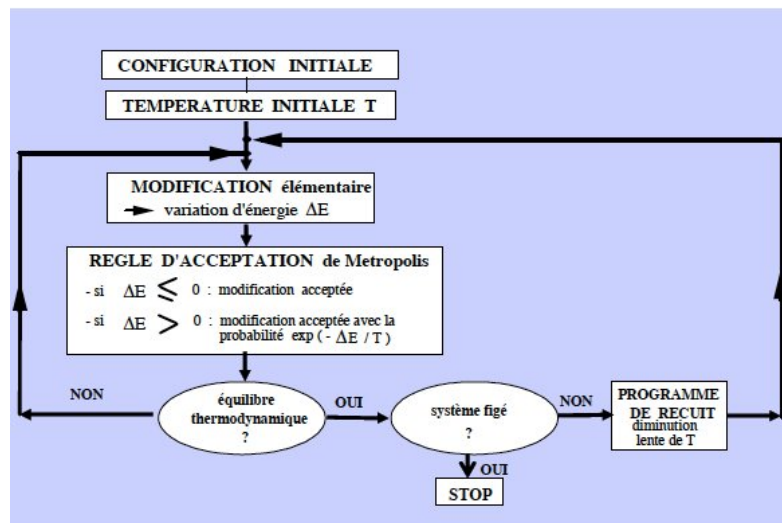
Recuit simulé : inspiré d'un phénomène physique

Au départ l'aveugle est plein d'énergie : **il accepte parfois de remonter**, si la remontée n'est pas trop forte et si son énergie est suffisante.



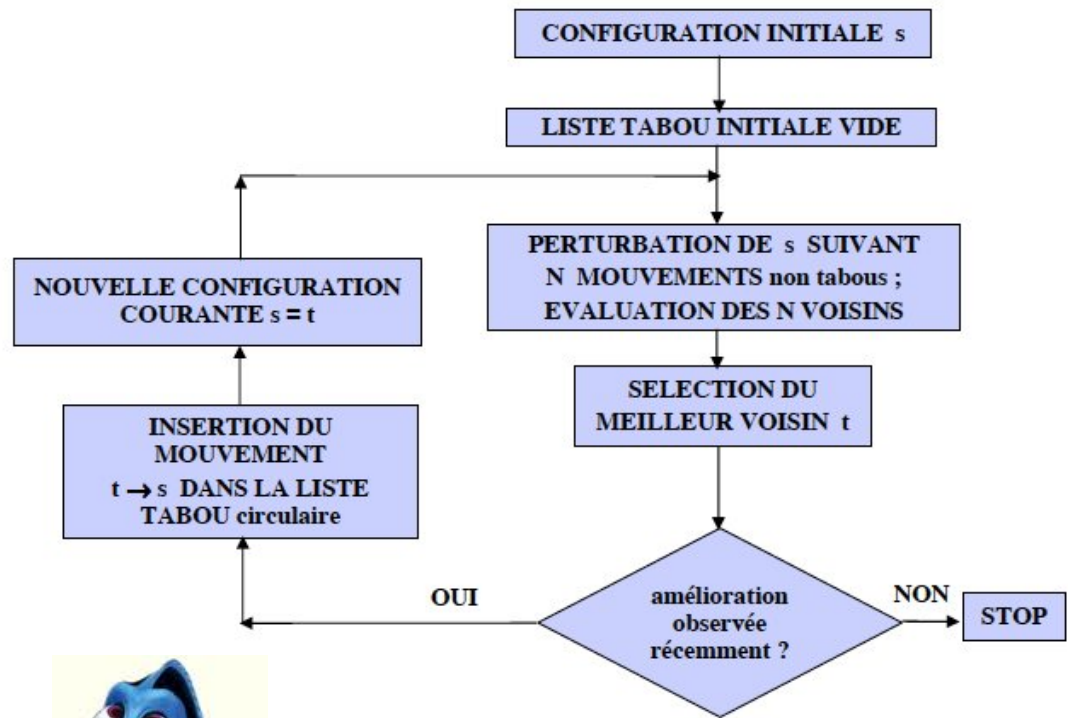
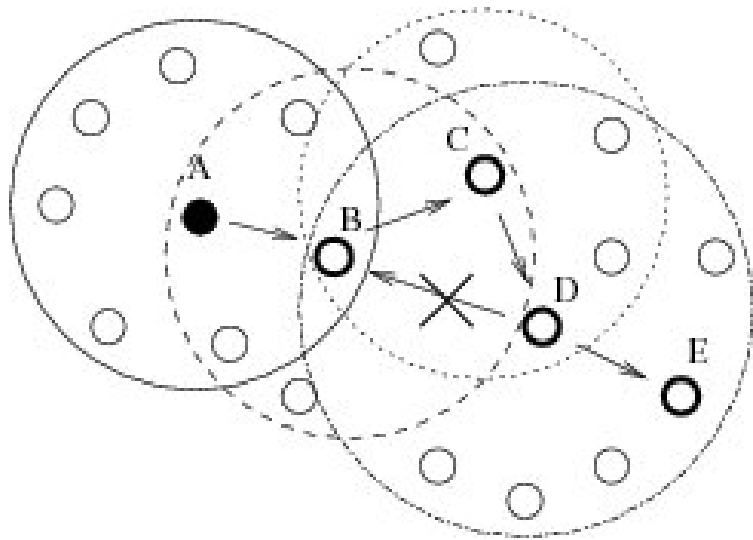
Il se fatigue : il termine par une méthode de descente, lorsqu'il n'a plus d'énergie.

En métallurgie : le recuit correspond à un réchauffement suivi d'un refroidissement lent. Ce qui permet d'obtenir des états de cristallisation plus stables.



Recherche Tabou : une recherche de voisinage à mémoire

Usage d'une mémoire à court terme, pour ne pas revisiter des points déjà vus.



D'après Patrick Siarry :
“TABOU BAT TOUT”



Méthodes à base de population :

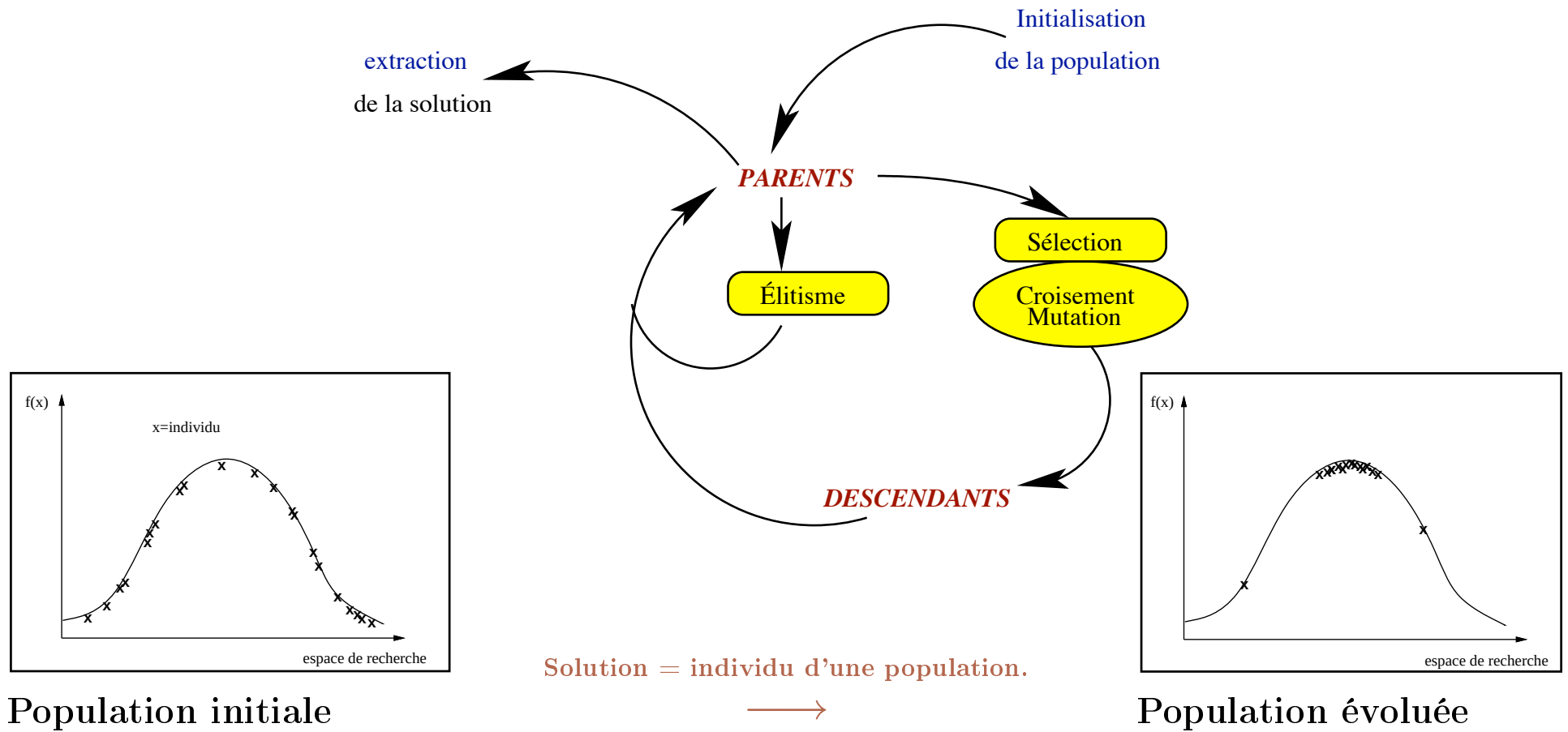
Méthodes inspirées du comportement de populations d'êtres vivants



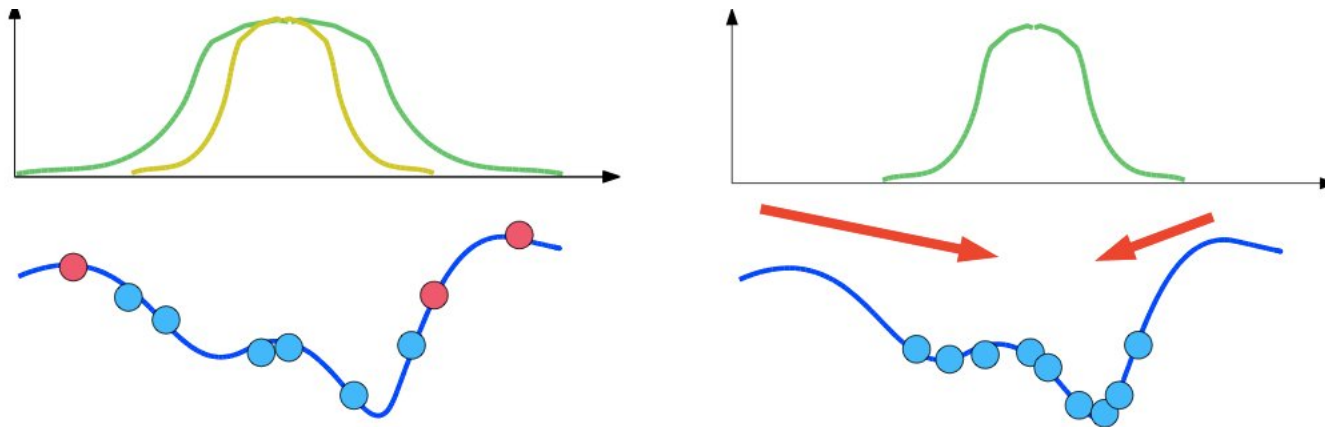
- Algorithmes évolutionnaires (AE) : théorie de Darwin.
- Estimation de distributions (ED) : échantillonnage irrégulier, abstraction des AEs.
- Algorithmes à colonie de fourmis (ACO) : recherche de nourriture.
- Algorithmes à essaims particuliers (OEP) : comportements grégaire.



Les algorithmes évolutionnaires : vie et mort d'une population



Estimations de distributions



Information = Mémoire
(Représentation infos)

→ Estimation de la distribution des meilleurs individus.

Intensification = Recherche locale
(Exploitation infos)

→ Tirage d'une nouvelle population selon cette distribution

Diversification = Recherche globale
(Recherche infos)

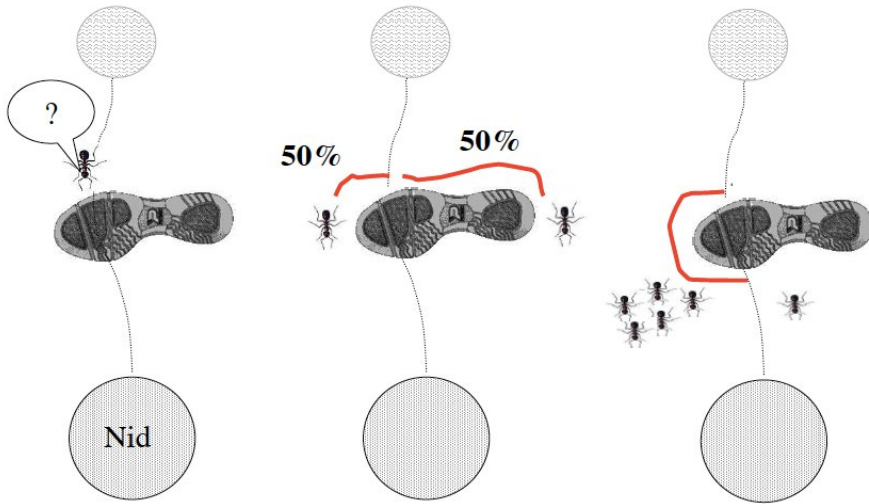
→ Liée à la taille de la population (échantillonnage aléatoire).

Adaptive Memory Programming: A Unified View of Meta-Heuristics
Taillard, Gambardella, Gendreau, Potvin
European Journal of Operational Research, 1998



Colonies de fourmis (ACO)

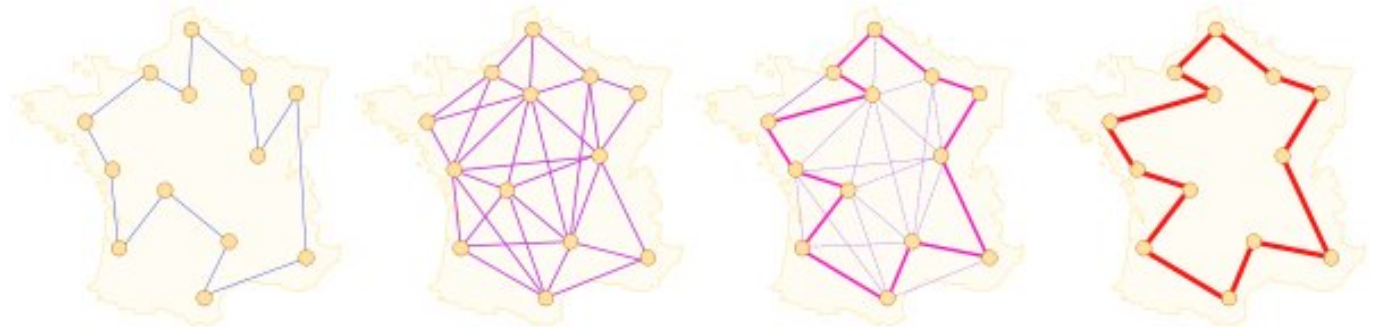
Nourriture



- Coopération par émergence.
- Communication par dépôt de phéromones : *Stigmergie*.
- Évaporation des phéromones.
- Navigation probabiliste (avec possibilité d'erreur).



Voyageur de commerce



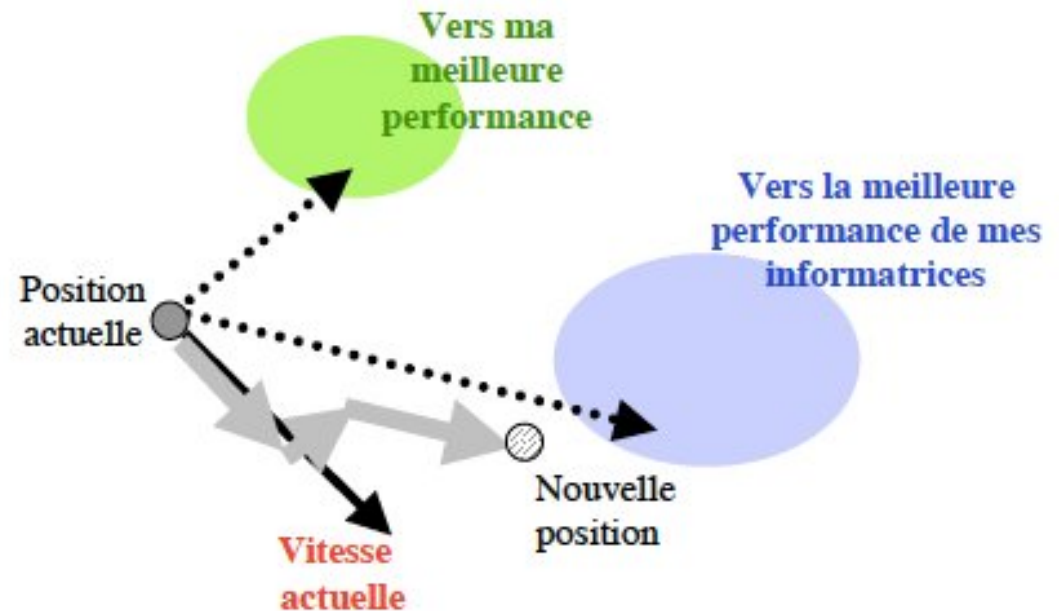
Essais particuliers (OEP)

Compromis psycho-social :
l'individu et le troupeau.



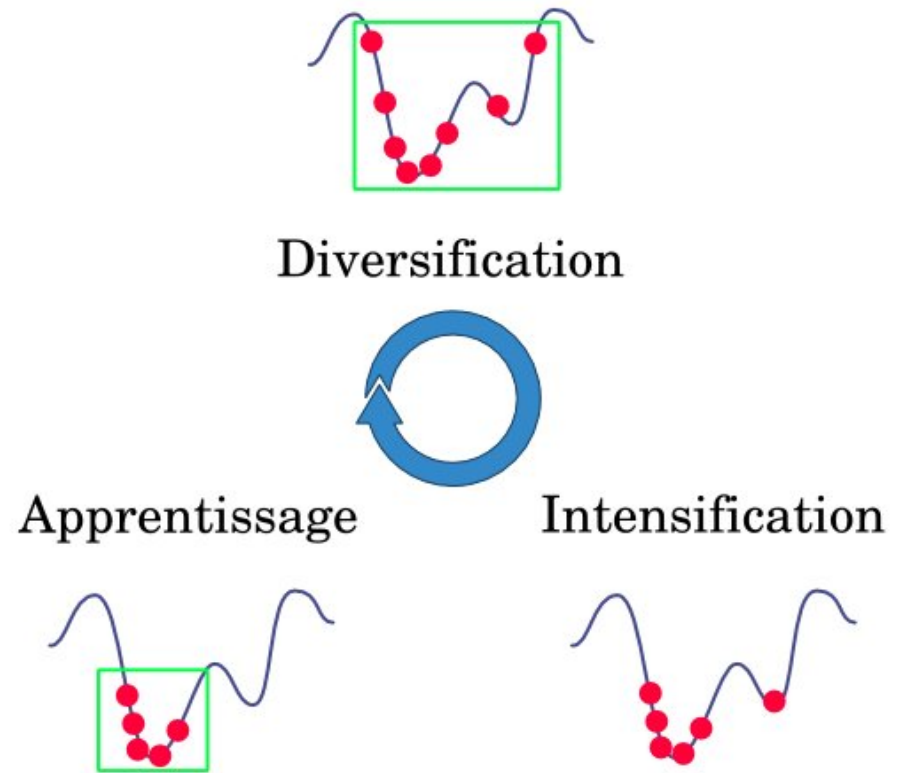
Chaque agent :

- suit sa propre trajectoire,
- subit l'influence des autres agents :
position, vitesse moyenne, meilleur point trouvé,
- mémorise sa meilleure performance.



Composantes communes

- Voisinage.
- Diversification/exploration.
- Intensification/exploitation.
- Mémoire et apprentissage.



Les méta-heuristiques : un paysage complexe !

